

3点を通る円に関する Halty の定理

2つの辺の中点の座標と垂線の傾きを $(X1, Y2)$, $m1$ と $(X2, Y2)$, $m2$ とすると
円の中心の座標 (x, y) は以下の式で求められる。

$$x = \frac{(m1X1 - m2X2) - (Y1 - Y2)}{m1 - m2}$$

$$y = \frac{m1m2(X1 - X2) - (m2Y1 - m1Y2)}{m1 - m2}$$

x を求めたら y は以下の式で求めることもできる。

$$y = m1(x - X1) + Y1 = m2(x - X2) + Y2$$

円の半径を r とすれば

$$r^2 = (X1 - x)^2 + (Y1 - y)^2 = (X2 - x)^2 + (Y2 - y)^2$$

となる。

【証明】

2辺の垂直2等分線の交点求める円の中心点になることから

$$\text{辺1の垂直2等分線 } y = m1(x - X1) + Y1 \dots\dots\dots \text{①}$$

$$\text{辺2の垂直2等分線 } y = m2(x - X2) + Y2 \dots\dots\dots \text{②}$$

①②式を連立させて交点を求める。

$$m1(x - X1) + Y1 = m2(x - X2) + Y2$$

x についてまとめると

$$(m1 - m2)x = m1X1 - m2X2 - (Y1 - Y2)$$

$$x = \frac{(m1X1 - m2X2) - (Y1 - Y2)}{m1 - m2}$$

同様にして

$$y = \frac{m1m2(X1 - X2) - (m2Y1 - m1Y2)}{m1 - m2}$$